# Examen de TD numéro 1 - Mathématiques S2

V. Souveton

Cette épreuve dure 20 minutes. Il s'agit d'un QCM composé de 15 questions, noté sur 15 points. L'utilisation de documents, de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique, est **interdite**. Pour répondre, il suffit d'entourer la lettre correspondante à ce que vous pensez être une bonne réponse. Chaque bonne réponse rapporte 1 point ; chaque mauvaise réponse enlève 0,5 point ; une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte de point. Si votre note finale est négative, elle sera ramenée à 0. Pour chaque question, il existe **une et une seule** bonne réponse ; ainsi, si votre réponse à une question comporte plusieurs choix, votre réponse sera considérée comme fausse. Bon courage !

Prénom et Nom : ______________________________

Note (/15) : ______________________________

1. La limite de $\frac{\exp(x)}{x}$ quand $x$ tend vers $+\infty$ :

   A. n'existe pas B. vaut 0 C. vaut 1 D. vaut $+\infty$

2. La limite de $\frac{x}{\cos(x)}$ quand $x$ tend vers $+\infty$ :

   A. n'existe pas B. vaut 0 C. vaut 1 D. vaut $+\infty$

3. La limite de $\frac{\ln(1+x)}{x}$ quand $x$ tend vers $0^+$ est :

   A. $-\infty$ B. 0 C. 1 D. $+\infty$

4. Quelle fonction est équivalente à $x \mapsto \sin(x)$ en 0 ?

   A. $x \mapsto 1$ B. $x \mapsto x$ C. $x \mapsto x^2$ D. $x \mapsto \cos(x)$

5. Quelle fonction est négligeable devant $x \mapsto \sin(x)$ en 0 ?

   A. $x \mapsto 1$ B. $x \mapsto x$ C. $x \mapsto x^2$ D. $x \mapsto \cos(x)$

6. Le $\mathrm{DL}_5(0)$ de la fonction cos s'écrit :

   A. $\cos(x) = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + o(x^5)$

   B. $\cos(x) = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^5)$

   C. $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^5)$

   D. $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{120} + o(x^5)$

7. Le $\mathrm{DL}_3(0)$ de la fonction $f$ définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \exp(x) - 1$ s'écrit :

   A. $f(x) = x + \frac{x^2}{2} + o(x^3)$

   B. $f(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$

   C. $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$

   D. $f(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$

8. Le $\mathrm{DL}_2(0)$ de la fonction $g$ définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x) = \sin(2x)$ s'écrit :
   A. $g(x) = 2x + o(x^2)$
   B. $g(x) = 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
   C. $g(x) = 2x - \frac{8x^3}{6} + o(x^3)$
   D. $g(x) = x - \frac{8x^3}{6} + o(x^2)$

9. Le $\mathrm{DL}_0(0)$ de la fonction $h$ définie sur $\mathbf{R}\backslash\{\frac{\pi}{2} + k\pi\ ;\ k \in \mathbf{Z}\}$ par $h(x) = \dfrac{\sin(x^4) - \big(\ln(1+x^2)\big)^2}{(1+x^2)\cos(x)}$ s'écrit :
   A. $h(x) = 0$
   B. $h(x) = o(1)$
   C. $h(x) = x^6 + o(1)$
   D. $h(x) = x^6 + o(x^6)$

10. La limite de $\frac{\sin(x)}{\ln(1+4x)}$ quand $x$ tend vers 0 :
    A. vaut 0 B. vaut $0,25$ C. vaut 4 D. n'existe pas

11. Un équivalent simple de $\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2} - \sqrt[2]{1-x^2}}{3x}$ en 0 est donné par :
    A. 0 B. $\frac{-1}{3x}$ C. $\frac{\sqrt{x}}{3}$ D. $\frac{5x}{18}$

12. Soit $h$ une fonction quatre fois dérivable sur $\mathbf{R}$ admettant le $\mathrm{DL}_4(0)$ suivant : $h(x) = 2 + x - 3x^2 + 6x^4 + o(x^4)$. Dans ce cas, combien vaut $h''(0)$ ?
    A. $-6$ B. $-3$ C. 3 D. 6

13. Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbf{R}\backslash\{-1\}$ par $f(x) = \frac{3}{1+x}$. Quelle est l'équation de la tangente à la courbe représentative de $f$ en $x = 1$ ?
    A. $y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
    B. $y = \frac{-3}{2}x + \frac{3}{2}$
    C. $y = \frac{-3}{4}x + \frac{3}{2}$
    D. $y = \frac{-3}{4}x + \frac{9}{4}$

14. Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \exp(-x^2)$. La tangente à la courbe représentative de $f$ en 0 :
    A. est en dessous de la courbe représentative de $f$
    B. est au-dessus de la courbe représentative de $f$
    C. traverse la courbe représentative de $f$
    D. aucune des 3 propositions précédentes

15. Soient deux fonctions $f$ et $g$ telles que $f \sim g$ en $+\infty$. Que peut-on directement en conclure ?
    A. $\exp(f) \sim \exp(g)$ en $+\infty$
    B. $\exp(f) = o(\exp(g))$ en $+\infty$
    C. $\exp(g) = o(\exp(f))$ en $+\infty$
    D. aucune des 3 propositions précédentes

$\mathcal{FIN}$